

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ Ι

Θέματα Εξετάσεων Ιουνίου 2011 (B)

ΑΜ: Ονοματεπώνυμο:

1. Από τα μαθηματικά γνωρίζουμε ότι ισχύει η σχέση:

$$\frac{2}{3} = \prod_{n=2}^{\infty} \frac{n^3-1}{n^3+1}$$

Να γράψετε πρόγραμμα, το οποίο θα υπολογίζει μετά από πόσους όρους το παραπάνω γινόμενο προσεγγίζει την σταθερή τιμή στο πέμπτο δεκαδικό ψηφίο.

(Μονάδες: 2.5)

2. Ένας θετικός ακέραιος αριθμός μπορεί να ενταχθεί σε κατηγορίες ως εξής: υπολογίζουμε το άθροισμα των (θετικών) ακεραίων που τον διαιρούν ακριβώς, χωρίς να λαμβάνουμε υπόψη τον εαυτό του. Ο ακέραιος αριθμός λέγεται **perfect** (τέλειος) αν αυτό το άθροισμα είναι ίσο με τον ακέραιο αριθμό. Αν το άθροισμα είναι μεγαλύτερο από τον αριθμό, αυτός λέγεται **abundant**. Αν είναι μικρότερο, ο αριθμός λέγεται **deficient**.

Έτσι π.χ., το 6 είναι *τέλειος* καθώς για τους διαιρέτες του, 1, 2, 3 (αλλά όχι το 6), ισχύει $6=1+2+3$.

- Να γράψετε ένα υποπρόγραμμα που να υπολογίζει αν το όρισμά του, ένας ακέραιος αριθμός, είναι perfect, abundant ή deficient. Ανάλογα με το τι θα βρει για τον αριθμό να επιστρέφει 0, 1 ή -1 αντίστοιχα.
- Χρησιμοποιήστε το υποπρόγραμμα αυτό για να χαρακτηρίσετε τους αριθμούς από το 1 έως το 10000. Δημιουργήστε το αρχείο perfect.dat, σε κάθε γραμμή του οποίου θα τυπώνετε έναν ακέραιο αριθμό (διαδοχικά όλους από το 1 ως το 10000) και δίπλα (αφήνοντας ένα κενό μεταξύ τους) μια από τις λέξεις perfect, abundant, deficient ανάλογα με την κατηγορία στην οποία ανήκει ο αριθμός.

(Μονάδες: 3.5)

3. Βρείτε όλες τις Πυθαγόριες τριάδες ακεραίων αριθμών $\{i,j,k\}$ με $i^2+j^2=k^2$ (π.χ. $\{3,4,5\}$ με $3^2+4^2=5^2$) για k μεταξύ 1 και 100; Πόσες τέτοιες μη ισοδύναμες τριάδες υπάρχουν; Δηλαδή οι τριάδες να είναι εντελώς ξεχωριστές π.χ. η τριάδα $\{3,4,5\}$ θεωρείται ισοδύναμη με την $\{4,3,5\}$.

Παρατηρήστε πως τα πολλαπλάσια των Πυθαγορίων τριάδων είναι και αυτά Πυθαγόριες τριάδες π.χ. οι τριάδες $\{6,8,10\}$ και $\{9, 12, 15\}$ είναι πολλαπλάσια της Πυθαγόριας τριάδας $\{3,4,5\}$. Μπορείτε να αλλάξετε το πρόγραμμα σας έτσι ώστε να σας δίνει μόνο τις στοιχειώδεις Πυθαγόριες τριάδες. Πόσες στοιχειώδεις τριάδες υπάρχουν για $k \leq 100$;

(Μονάδες: 4.0)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!