

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ Ι

Θέματα Εξετάσεων Ιουνίου 2013 (Α')

1. Από τα μαθηματικά γνωρίζουμε ότι

2/10

$$\sum_{k=1}^n \ln(k) \approx n(\ln(n) - 1) + 0.5 \ln(2\pi n).$$

Να υπολογίσετε τα δύο μέλη της σχέσης για $n = 1, 2, \dots, 10^4$. Να τυπώσετε στο αρχείο "stirling.dat" τέσσερις στήλες: το n , την αντίστοιχη τιμή του πρώτου μέλους, την αντίστοιχη τιμή του δεύτερου μέλους και τον λόγο των δύο μελών. Ο λόγος θα πρέπει να τείνει στο 1.

2. Να γράψετε υποπρόγραμμα που να υπολογίζει το πλήθος των συνδυασμών n αντικειμένων σε ομάδες των k αντικειμένων. Το πλήθος αυτό συμβολίζεται στα μαθηματικά με το $\binom{n}{k}$. Ισχύει ότι

3/10

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Το πρόγραμμά σας θα διαβάζει δύο ακεραίους n, k , με $n \geq k$, από τον χρήστη και θα χρησιμοποιεί το υποπρόγραμμα για να τυπώσει στην οθόνη την τιμή του $\binom{n}{k}$. Δοκιμάστε το για $n = 10, k = 7$ (πρέπει να σας δώσει τον αριθμό 120). Ποιά τιμή σας δίνει για $n = 16, k = 13$; Η σωστή είναι 560.

Υπόδειξη Απλοποιήστε το κλάσμα.

3. Η κυβική ρίζα ενός πραγματικού αριθμού a μπορεί να υπολογιστεί προσεγγιστικά ως εξής: Επιλέγουμε μία οποιαδήποτε μη μηδενική τιμή, x_0 . Έστω $x_0 = 1$. Εφαρμόζουμε τον τύπο

5/10

$$x_{i+1} = \frac{2x_i^3 + a}{3x_i^2}$$

για να παράγουμε διαδοχικά τις τιμές x_1, x_2, \dots . Δηλαδή,

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{2x_0^3 + a}{3x_0^2}, \\ x_2 &= \frac{2x_1^3 + a}{3x_1^2}, \quad \text{κλπ.} \end{aligned}$$

Κάθε τιμή από τις x_1, x_2, \dots προσεγγίζει όλο και καλύτερα το $\sqrt[3]{a}$. Μπορούμε να σταματήσουμε σε κάποια τιμή x_k που ικανοποιεί τη σχέση $|x_k^3 - a| \leq \varepsilon$, όπου ε μία αρκετά μικρή τιμή, π.χ. 10^{-12} .

Γράψτε υποπρόγραμμα που να δέχεται ως όρισμα ένα πραγματικό αριθμό και να επιστρέφει την προσεγγιστική τιμή για την κυβική ρίζα του. Χρησιμοποιήστε το για να υπολογίσετε τις κυβικές ρίζες των αριθμών 10.0, 10.25, 10.50, . . . ,20.0. Να τυπώσετε σε αρχείο με όνομα “cbrt” δύο στήλες αριθμών: η πρώτη θα αποτελείται από τους αριθμούς 10.0, 10.25, 10.50, . . . ,20.0 και η δεύτερη από τις κυβικές ρίζες τους.

Διάρκεια: 3 ώρες

Καλή επιτυχία !