

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ

**Θέματα Προόδου Εργαστηρίου
Νοέμβριος 2007**

Γ

1. Πόσο είναι το ελάχιστο της συνάρτησης

$$f(x, y, z) = \frac{7}{2}x^2 + 6y^2 + z^2 + xy - 2xz - 4yz - \frac{9}{2}x + \frac{2}{3}y - 3z + \frac{11}{2};$$

Θυμηθείτε ότι οι μερικές πρώτες παράγωγοι μιας συνεχούς συνάρτησης ως προς τις μεταβλητές της μηδενίζονται σε τοπικό ακρότατο.

2. Η συνάρτηση Bessel πρώτου είδους, πρώτης τάξης, $J_1(x)$, δίνεται από τον τύπο

$$J_1(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(k+1)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+1}.$$

Βρείτε μία από τις ρίζες που έχει στο διάστημα $[2, 10]$ με 8 ψηφία σωστά.

Υπόδειξη I: Στο άθροισμα δεν μπορούμε, φυσικά, να πάρουμε άπειρους όρους. Να σταματήσετε τον υπολογισμό του στον πρώτο όρο που κατ' απόλυτη τιμή είναι μικρότερος από 10^{-12} .

Υπόδειξη II: Στον υπολογισμό σας μπορείτε να βασιστείτε στο ότι ο κάθε όρος στο άθροισμα προκύπτει από τον προηγούμενο με πολλαπλασιασμό κατάλληλης ποσότητας.

3. Η περίοδος, T , ενός εκκρεμούς σε βαρυτικό πεδίο με επιτάχυνση g , σχετίζεται με το μήκος του, ℓ , με τη σχέση

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}.$$

Υπολογίστε την επιτάχυνση της βαρύτητας από τις ακόλουθες πειραματικές μετρήσεις

$\ell(\text{cm})$	$T(\text{s})$
15	0.77721
16	0.80166
17	0.82882
18	0.84958
19	0.87525
20	0.89696
21	0.91841
22	0.94140
23	0.96343
24	0.98530

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!