

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ

**Θέματα Εργαστηρίου
Ιανουάριος 2008**

B

1. Τα 7 πρώτα πολυώνυμα Chebyshev δεύτερου είδους είναι τα :

$$\begin{aligned}U_0(x) &= 1 \\U_1(x) &= 2x \\U_2(x) &= 4x^2 - 1 \\U_3(x) &= 8x^3 - 4x \\U_4(x) &= 16x^4 - 12x^2 + 1 \\U_5(x) &= 32x^5 - 32x^3 + 6x \\U_6(x) &= 64x^6 - 80x^4 + 24x^2 - 1\end{aligned}$$

Να επαληθεύσετε ότι ικανοποιούν τις σχέσεις

$$\int_{-1}^1 U_n(x)U_m(x)\sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{2}\delta_{nm},$$

όπου $\delta_{nm} = 1$ αν $n = m$ και $\delta_{nm} = 0$ αν $n \neq m$.

Υπόδειξη: Υπολογίστε με ακρίβεια 10^{-7} τις τιμές των ολοκληρωμάτων για $n = 0, 1, 2, \dots, 6$ και $m = 0, 1, 2, \dots, n$. Τυπώστε τις στην οθόνη μαζί με τα αντίστοιχα n, m και τις ακριβείς τους τιμές.

2. Η μέθοδος Runge-Kutta 3^{ου} βαθμού για την επίλυση της ΔΕ $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ είναι:

$$\begin{aligned}y_{r+1} &= y_r + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3) \\k_1 &= hf(x_r, y_r) \\k_2 &= hf(x_r + h/2, y_r + k_1/2) \\k_3 &= hf(x_r + h, y_r - k_1 + 2k_2)\end{aligned}$$

Να την εφαρμόσετε για να υπολογίσετε την τιμή της $g(x)$ στο $x = 3.1$ αν

$$g' = xg^2$$

με $g(1.5) = -136/45$.

Διάρκεια: 2 ώρες

Καλή επιτυχία!