

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ

Θέματα Εργαστηρίου Ιανουάριος 2009

1. Το ολοκλήρωμα

6 μονάδες

$$\int_{-1}^1 f(x) dx$$

μπορεί να υπολογιστεί προσεγγιστικά από τύπο της μορφής

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \sum_{k=1}^N a_k f(x_k), \quad (1)$$

όπου x_1, x_2, \dots, x_N διακριτά σημεία της επιλογής μας στο διάστημα $[-1, 1]$.

Έστω ότι επιλέγουμε να είναι το $N = 7$ και τα σημεία x_k τα $-0.91, -0.72, -0.35, 0.1, 0.4, 0.8, 0.95$. Προσδιορίστε τα a_k ($k = 1, \dots, 7$) ώστε ο τύπος (1) να είναι ακριβής για τις συναρτήσεις $f_0(x) = 1, f_1(x) = x, f_2(x) = x^2, \dots, f_6(x) = x^6$. Κατόπιν, χρησιμοποιήστε τον για να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_{-1}^1 \left[e^{-x} \cos(\pi x) + x^2 \sin(\pi x) \right] dx .$$

Τι σφάλμα έχετε ως προς την ακριβή τιμή, $\frac{1 - e^2}{e\pi^2 + e}$;

2. Το πολυώνυμο

4 μονάδες

$$p(x) = 46189x^5 - 109395x^4 + 90090x^3 - 30030x^2 + 3465x - 63$$

έχει όλες τις ρίζες του (που είναι, ως γνωστόν, 5) πραγματικές στο διάστημα $[0, 1]$. Βρείτε τις με τουλάχιστον 6 ψηφία σωστά.

Διάρκεια: 2 ώρες

Καλή επιτυχία!