

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ

Θέματα Προόδου Εργαστηρίου Νοέμβριος 2010

1. Η συνάρτηση Bessel πρώτου είδους, πρώτης τάξης, $J_1(x)$, δίνεται από τον τύπο

$$J_1(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(k+1)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+1}.$$

Βρείτε μία από τις ρίζες που έχει στο διάστημα $[2, 10]$ με 8 ψηφία σωστά.

Υπόδειξη I: Στο άθροισμα δεν μπορούμε, φυσικά, να πάρουμε άπειρους όρους. Να σταματήσετε τον υπολογισμό του στον πρώτο όρο που κατ' απόλυτη τιμή είναι μικρότερος από 10^{-12} .

Υπόδειξη II: Στον υπολογισμό σας μπορείτε να βασιστείτε στο ότι ο κάθε όρος στο άθροισμα προκύπτει από τον προηγούμενο με πολλαπλασιασμό κατάλληλης ποσότητας.

2. Να δείξετε ότι ο πίνακας

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

έχει ως ιδιοτιμές τα $\lambda_k = 2 \cos(2k\pi/5)$, $k = 1, 2, \dots, 5$.

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!