

**ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ**  
**Θέματα Εξέτασης Θεωρίας**  
**21 Ιανουαρίου 2011**

1. Όχημα κινείται σε ευθεία γραμμή και η ταχύτητά του ( $v$ ) μετρείται (σε χιλιόμετρα/ώρα) σε διάφορες χρονικές στιγμές ( $t$ ) (σε δευτερόλεπτα). Οι μετρήσεις δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα :

$t(\text{seconds})$	$v(\text{km/h})$
2	40
4	56
6	70
8	85

(1.α) Για να βρείτε την απόσταση που έχει διανύσει το όχημα στα 6 seconds που διαρκούν οι παραπάνω μετρήσεις, υπολογίστε προσεγγιστικά το ολοκλήρωμα

$$\int_2^8 v(t) dt.$$

Στους υπολογισμούς κρατείστε 5 σημαντικά ψηφία. (3/10)

(1.β) Βρέστε την επιτάχυνση ( $a$ ) και την αρχική ταχύτητα ( $v_0$ ) του οχήματος. Χρησιμοποιείστε τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων για να βρείτε την ευθεία  $v = at + v_0$  που προσαρμόζεται στα παραπάνω δεδομένα.

Υπολογίστε αναλυτικά το ολοκλήρωμα του ερωτήματος (1.α) (όπου  $v(t)$  δίνεται από την εξίσωση της ευθείας) και συγκρίνετε την απόσταση που προκύπτει με το αποτέλεσμα του ερωτήματος (1.α) βρίσκοντας το σχετικό σφάλμα. (3/10)

2. Να βρεθεί αριθμητικά η λύση του συστήματος διαφορικών εξισώσεων

$$\begin{aligned}y_1'(x) &= y_2(x) \\ y_2'(x) &= -y_1(x)\end{aligned}$$

με αρχικές τιμές  $y_1(0) = 1$  και  $y_2(0) = 0$  με τη μέθοδο Euler (την απλούστερη από τις μεθόδους Taylor) στο σημείο  $x = 0.2$  και με βήμα  $h = 0.1$ . Συγκρίνετε με την αναλυτική λύση  $y_1 = \cos x$ ,  $y_2 = -\sin x$  και βρέστε το σχετικό σφάλμα.

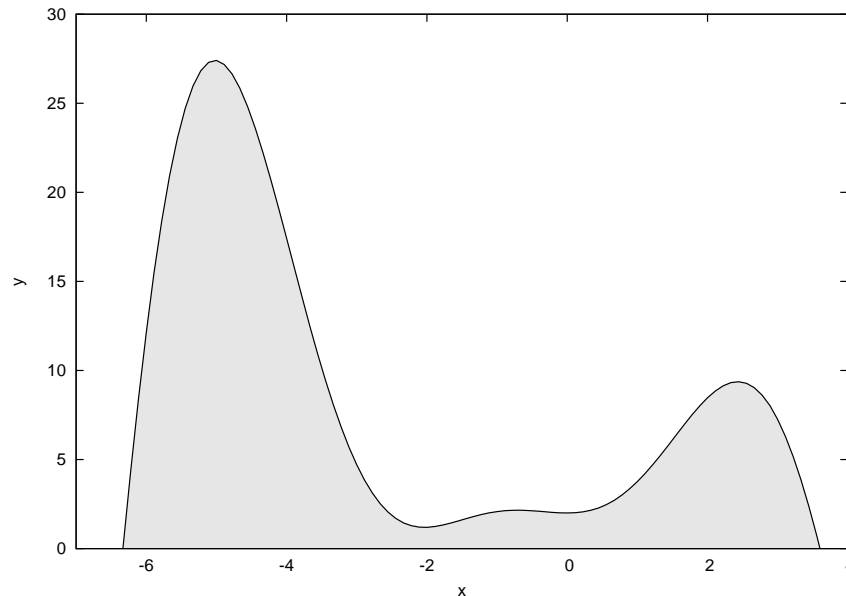
(4/10)

Καλή επιτυχία.

## ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ

### Θέματα Εργαστηρίου Ιανουάριος 2011

1. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x^2 \sin x - 2 \cos x + 4$  στο διάστημα  $[-7 : 4]$  δίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας μεταξύ της  $f(x)$  και του άξονα των  $x$  με ακρίβεια  $10^{-4}$ .

Υπόδειξη: Βρείτε τα δύο σημεία στα οποία η  $f(x)$  τέμνει τον άξονα των  $x$  στο σχήμα και υπολογίστε αριθμητικά το ολοκλήρωμά της μεταξύ αυτών.

2. Η εξίσωση που περιγράφει τη θέση  $x(t)$  μιας σημειακής μάζας  $m$  σε μονοδιάστατο δυναμικό  $V(x)$  είναι (ως γνωστόν):

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{dV}{dx}$$

Έστω ότι το δυναμικό είναι το  $V(x) = -\cos(2x)$  και η μάζα είναι  $m = 1$ . Αν η αρχική θέση (δηλαδή για  $t = 0$ ) είναι 0.4 και η αρχική ταχύτητα είναι 0.1, βρείτε τη θέση  $x$  και την ταχύτητα  $\frac{dx}{dt}$  τη χρονική στιγμή  $t = 10$  με ακρίβεια  $10^{-4}$ .

Υπόδειξη: Να κάνετε την αλλαγή  $y_1(t) = x(t)$ ,  $y_2(t) = \frac{dx}{dt}$  και να σχηματίσετε ένα σύστημα δύο διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης για τις συναρτήσεις  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$ .

**Διάρκεια:** 90 λεπτά

**Καλή επιτυχία!**