

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ
Θέματα Εξέτασης Θεωρίας
16 Σεπτεμβρίου 2011

1. Να βρεθεί με τη μέθοδο Newton-Raphson η τρίτη ρίζα του 20. Προσεγγίστε τη λύση με 5 σημαντικά ψηφία.
(3.0 μονάδες)
2. Να βρεθεί αριθμητικά η λύση $y(x)$ της διαφορικής εξίσωσης $y' = 0.2y$ με αρχική τιμή $y(0) = 5$ με τη μέθοδο Euler (την απλούστερη από τις μεθόδους Taylor) και βήμα $h = 0.1$ στο σημείο $x = 0.5$. Συγκρίνετε με την αναλυτική λύση και βρέστε το σχετικό σφάλμα. Στους υπολογισμούς χρησιμοποιείστε 6 σημαντικά ψηφία.
(3.5 μονάδες)
3. Να βρεθούν οι ιδιοτιμές και τα κανονικοποιημένα ιδιοδιανύσματα του πίνακα

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(3.5 μονάδες)

Καλή επιτυχία!

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ

Θέματα Εργαστηρίου Σεπτέμβριος 2011

1. Σε ποιά σημεία τέμνονται οι καμπύλες $f(x) = x^2 - 5$ και $g(x) = x^2 e^{-x^2}$; 4/10
2. Ένας τρόπος για να υπολογίσουμε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα ενός πραγματικού (τετραγωνικού) πίνακα A με πραγματικές ιδιοτιμές είναι ο ακόλουθος: 6/10

(α') Επιλέγουμε ένα τυχαίο μη μηδενικό διάνυσμα, v_1 , το οποίο κανονικοποιούμε (δηλ. διαιρούμε τα στοιχεία του με το μέτρο του).

(β') Υπολογίζουμε το $\lambda_1 = v_1^T A v_1$. Τα λ_1, v_1 , είναι οι πρώτες προσεγγίσεις για μια ιδιοτιμή και το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμά της, αντίστοιχα.

(γ') Για $i = 1, 2, \dots$ επαναλαμβάνουμε τα εξής:

- Ελέγχουμε αν οι τρέχουσες προσεγγίσεις στο ιδιοδιάνυσμα και στην ιδιοτιμή είναι “ικανοποιητικές” (δείτε παρακάτω). Αν όχι, συνεχίζουμε στα επόμενα βήματα.
- Επιλύουμε το σύστημα $(A - \lambda_i I)w = v_i$. Το διάνυσμα w , αφού κανονικοποιηθεί, είναι το v_{i+1} , η νέα προσέγγιση του ιδιοδιανύσματος.
- Υπολογίζουμε το $\lambda_{i+1} = v_{i+1}^T A v_{i+1}$. Το λ_{i+1} είναι η νέα προσέγγιση στην ιδιοτιμή.

Κάποιο ζεύγος (λ_i, v_i) είναι “ικανοποιητικό” αν ισχύουν μία ή περισσότερες από τις συνθήκες

- το μέτρο του $A v_i - \lambda_i v_i$ είναι “μικρό”.
- η διαφορά $\lambda_{i+1} - \lambda_i$ είναι “μικρή”.
- το γινόμενο $v_{i+1}^T v_i$ είναι “κοντά” στο 1.

Παρατήρηση: Αν δώσουμε συγκεκριμένη τιμή στο λ_1 και όχι την $v_1^T A v_1$ τότε τα λ_i θα τείνουν σε ιδιοτιμή του A που βρίσκεται “κοντά” στο λ_1 .

Υλοποιήστε τον παραπάνω αλγόριθμο και υπολογίστε με αυτόν μια ιδιοτιμή του πίνακα

16.63	-7.75	18.56	19.41	10.05	11.73
20.41	2.94	21.32	20.59	6.891	17.61
13.91	4.74	12.68	11.96	1.952	-1.023
24.47	4.29	13.35	-32.76	2.138	6.183
-7.37	8.35	23.15	16.91	-8.237	20.77
8.562	7.75	21.44	5.184	0.053	-1.784

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!