

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ
Θέματα Προόδου Θεωρίας
9 Νοεμβρίου 2011

1. Υπολογίστε τη λύση του παρακάτω γραμμικού συστήματος με τη μέθοδο απαλοιφής του Gauss (ακολουθώντας τον απλό αλγόριθμο χωρίς μερική ή ολική οδήγηση)

$$\begin{aligned}2x - 4y + 3z &= -1 \\x + 2y + z &= 4 \\3x - 5y - 2z &= 6\end{aligned}$$

Εξηγήσετε αναλυτικά τα βήματα που ακολουθείτε. (3.5/10)

2. Να βρεθεί προσεγγιστικά το μέγιστο της συνάρτησης

$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$$

στο διάστημα $0 \leq x \leq 1$. Υπενθυμίζεται ότι η πρώτη παράγωγος $f(x) = g'(x)$ μιας συνεχούς συνάρτησης μηδενίζεται σε τοπικό ακρότατο. Στους υπολογισμούς να χρησιμοποιηθούν 6 σημαντικά ψηφία. Η ακολουθία n προσεγγιστικών λύσεων να σταματάει όταν $|f(x_n)| \leq 0.00001$ (3.5/10)

3. Η συνάρτηση $f(x)$ είναι γνωστή σε τρία σημεία, όπως φαίνεται από τον παρακάτω πίνακα τιμών

x_i	f_i
-1	3
1	1
2	3

Να προσαρμοστεί πολυώνυμο παρεμβολής στις παραπάνω τιμές. Υπενθυμίζεται ότι το πολυώνυμο Lagrange δίνεται από τη σχέση

$$p(x) = \sum_{i=0}^{\nu} \ell_i(x) f(x_i),$$

όπου για $i = 0, 1, 2, \dots, \nu$,

$$\ell_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^{\nu} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}.$$

(3/10)

Καλή επιτυχία!

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ

Θέματα Προόδου Εργαστηρίου Νοέμβριος 2011

1. Μια άγνωστη συνάρτηση $f(x)$ περνά από τα σημεία (x_i, y_i) που δίνονται παρακάτω

x_i	y_i
1.1	2.1
1.5	2.7
1.7	2.6
2.0	2.4

Επιπλέον, η πρώτη παράγωγός της μηδενίζεται στο σημείο $x = 1.6$. Βρείτε ένα προσεγγιστικό πολυώνυμο που να ικανοποιεί αυτές τις συνθήκες και, χρησιμοποιώντας το, δώστε μια εκτίμηση για την τιμή της $f(x)$ στο $x = 1.9$.

2. Μία σφαίρα αφήνεται να πέσει στη γη με μηδενική αρχική ταχύτητα. Οι μετρήσεις του ύψους της, h , σε διάφορες χρονικές στιγμές, t , δίνονται παρακάτω:

t (s)	h (m)	t (s)	h (m)
1.0	80.50	3.00	40.30
1.35	76.00	3.15	35.80
1.65	71.60	3.30	31.30
1.90	67.00	3.45	26.90
2.15	62.60	3.60	22.35
2.30	58.15	3.70	17.90
2.50	53.70	3.80	13.40
2.70	49.21	3.95	8.95
2.90	44.70	4.05	4.50

Βρείτε το αρχικό ύψος της σφαίρας και υπολογίστε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Υπενθύμιση: Ελεύθερο σώμα με αρχική θέση x_0 , αρχική ταχύτητα v_0 , σε βαρυτικό πεδίο με σταθερή επιτάχυνση g , έχει θέση x που δίνεται από τον τύπο

$$x = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0 .$$

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!