ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ
Θέματα Εξέτασης Θεωρίας
Ιανουάριος 2012

1. Όχημα κινείται σε ευθεία γραμμή και η ταχύτητά του (v) μετριέται (σε χιλιόμετρα/ώρα) σε διάφορες χρονικές στιγμές (t) (σε δευτερόλεπτα). Οι μετρήσεις δίνουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

$t(seconds)$	$v(km/h)$
2	40
4	56
6	70
8	85

(1.α) Για να βρείτε την απόσταση που έχει διανύσει το όχημα στα 6 seconds που διαρκούν οι παραπάνω μετρήσεις, υπολογίστε προσεγγιστικά το ολοκλήρωμα

$$\int_2^8 v(t)\; dt.$$

Στους υπολογισμούς κρατείστε 5 σημαντικά ψηφία. (3/10)
(1.β) Βρέστε την επιτάχυνση (a) και την αρχική ταχύτητα (v_0) του οχήματος. Χρησιμοποιείστε τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων για να βρείτε την ευθεία $v = at + v_0$ που προσαρμόζεται στα παραπάνω δεδομένα. Υπολογίστε αναλυτικά το ολοκλήρωμα του ερωτήματος (1.α) (όπου $v(t)$ δίνεται από την εξίσωση της ευθείας) και συγκρίνετε την απόσταση που προκύπτει με το αποτέλεσμα του ερωτήματος (1.α) βρίσκοντας το σχετικό σφάλμα. (3/10)

2. Να βρεθεί αριθμητικά η λύση $y(x)$ της διαφορικής εξίσωσης $y' = 0.3y$ με αρχική τιμή $y(0) = 2$ με τη μέθοδο Euler (την απλούστερη από τις μεθόδους Taylor) και βήμα $h = 0.1$ στο σημείο $x = 0.4$. Συγκρίνετε με την αναλυτική λύση και βρέστε το σχετικό σφάλμα.
(4/10)

Καλή επιτυχία!

Ηλεκτρονικοι Υπολογιστες ΙΙ

Θέματα Εργαστηρίου
Ιανουάριος 2012

1. Η μέθοδος Runge–Kutta $3^{ου}$ βαθμού για την επίλυση της ΔΕ $y' = f(x,y)$, $y(x_0) = y_0$ είναι:

$$\begin{aligned} y_{r+1} &= y_r + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3) \\ k_1 &= hf(x_r, y_r) \\ k_2 &= hf(x_r + h/2, y_r + k_1/2) \\ k_3 &= hf(x_r + h, y_r - k_1 + 2k_2) \end{aligned}$$

   Να την εφαρμόσετε για να υπολογίσετε την τιμή της $g(x)$ στο $x = 3.1$ αν

$$g' = xg^2$$

   με $g(1.5) = -136/45$.

2. Μία άγνωστη συνάρτηση μιας μεταβλητής, $f(x)$, μπορεί να προσεγγιστεί όχι μόνο από πολυώνυμο αλλά και από *λόγο* πολυωνύμων $R(x)$,

$$R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}, \qquad P(x) = \sum_{k=0}^{M} a_k x^k, \qquad Q(x) = 1 + \sum_{k=1}^{N} b_k x^k \ ,$$

   με $M + N + 1$ κατάλληλους συντελεστές a_k, b_k. Έστω ότι για την $f(x)$ γνωρίζουμε ότι περνά από τα παρακάτω ζεύγη τιμών

x	y
0.9	5.607
1.1	4.576
1.5	3.726
2.0	3.354
2.9	3.140
3.5	3.087

   Να προσδιορίσετε την $R(x)$ με $M = 2$, $N = 3$ (επομένως, με 6 άγνωστους συντελεστές a_k, b_k) ώστε να περνά από τα παραπάνω ζεύγη τιμών, δηλαδή να ικανοποιεί τις σχέσεις $y_i = R(x_i)$, $\quad i = 1, \ldots, 6$.

Διάρκεια: 90 λεπτά **Καλή επιτυχία!**