

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ

Θέματα Θεωρίας Ιανουάριος 2013

1. Βρείτε την πέμπτη ρίζα του 5 με 5 σημαντικά ψηφία. 3/10

Υπόδειξη: Βρείτε το x ώστε $x^5 = 5$.

2. Τοποθετήστε τους αριθμούς 3, 4, 5, 6, 7, 8 στο παρακάτω διδιάστατο πλέγμα μία φορά τον καθένα, με τέτοιο τρόπο ώστε τα αθροίσματα των στοιχείων σε κάθε στήλη ή γραμμή ή διαγώνιο (κύρια και δευτερεύουσα) να είναι ίσα με 12. 4/10

	0	
2		
		1

Να εξηγήσετε τις πράξεις που θα κάνετε.

Υπόδειξη I: Βρείτε τους άγνωστους αριθμούς που πρέπει να τοποθετηθούν στα κελιά του πλέγματος ώστε να ικανοποιείται η ζητούμενη σχέση.

Υπόδειξη II: Αν οι τρεις γραμμές, οι δύο διαγώνιοι και η δεύτερη στήλη ικανοποιούν τη συνθήκη (“τα στοιχεία τους να έχουν άθροισμα 12”), μπορεί ναδειχθεί ότι και οι άλλες στήλες ικανοποιούν αυτόματα την ίδια συνθήκη.

3. Η μέθοδος Runge-Kutta 3^{ου} βαθμού για την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ είναι: 3/10

$$\begin{aligned}y_{i+1} &= y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3) \\k_1 &= hf(x_i, y_i) \\k_2 &= hf(x_i + h/2, y_i + k_1/2) \\k_3 &= hf(x_i + h, y_i - k_1 + 2k_2)\end{aligned}$$

Έχει ολικό σφάλμα της τάξης του h^3 .

Να την εφαρμόσετε για να υπολογίσετε με ακρίβεια 10^{-3} , την τιμή της $g(x)$ στο $x = 1.2$ αν

$$g' = xg^2$$

με $g(1) = 3.4$. Ποιά είναι η ακριβής λύση;

Υπόδειξη: Να κρατάτε τουλάχιστον 4 σημαντικά ψηφία στις πράξεις.

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ

Θέματα Εργαστηρίου Ιανουάριος 2013

1. Η σφαιρική συνάρτηση Bessel πρώτου είδους, ακέραιας τάξης n , $j_n(x)$, μπορεί να οριστεί ως εξής

$$j_n(x) = \frac{x^n}{2^{n+1}n!} \int_0^\pi \cos(x \cos \theta) \sin^{2n+1} \theta \, d\theta .$$

Βρείτε τη ρίζα της $j_2(x)$ στο διάστημα $[3, 7]$ με ακρίβεια 10^{-4} .

Υπόδειξη: Να γράψετε μια FUNCTION στο πρόγραμμά σας που θα δέχεται ως όρισμα το x και θα επιστρέφει την τιμή του $j_2(x)$. Κατόπιν, χρησιμοποιήστε τη για να βρείτε το ζητούμενο.

2. Μία σφαίρα αφήνεται να πέσει στη γη με κάποια αρχική ταχύτητα. Οι μετρήσεις του ύψους της, h , σε διάφορες χρονικές στιγμές, t , δίνονται παρακάτω:

t (s)	h (m)	t (s)	h (m)
1.00	80.40	3.00	40.02
1.35	75.86	3.15	35.48
1.65	71.44	3.30	30.97
1.90	66.81	3.45	26.55
2.15	62.38	3.60	22.00
2.30	57.92	3.70	17.53
2.50	53.45	3.80	13.02
2.70	48.94	3.95	8.55
2.90	44.40	4.05	4.09

Βρείτε το αρχικό ύψος της σφαίρας, την αρχική της ταχύτητα και υπολογίστε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Υπευθύμιση: Ελεύθερο σώμα με αρχική θέση x_0 , αρχική ταχύτητα v_0 , σε βαρυτικό πεδίο με σταθερή επιτάχυνση g , έχει θέση $x(t)$ που δίνεται από τον τύπο

$$x(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0 .$$

Υπόδειξη: Βρείτε την παραβολή $x = at^2 + bt + c$ που ελαχιστοποιεί την έκφραση $E(a, b, c) = \sum_{i=1}^{18} (at_i^2 + bt_i + c - h_i)^2$.

Υπευθύμιση: Μια συνάρτηση $E(a, b, c)$ παρουσιάζει ακρότατο στα a, b, c που ικανοποιούν τις σχέσεις $\partial E/\partial a = 0$, $\partial E/\partial b = 0$, $\partial E/\partial c = 0$.

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!