

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ

Θέματα Θεωρίας
Σεπτέμβριος 2013

1. Βρείτε τον αντίστροφο του πίνακα 4/10

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} .$$

2. Βρείτε μία ρίζα της συνάρτησης 3/10

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 18x - 6 ,$$

με τουλάχιστον 3 ψηφία σωστά.

3. Τα πρώτα πολυώνυμα Laguerre είναι τα 3/10

$$L_0(x) = 1$$

$$L_1(x) = -x + 1$$

$$L_2(x) = (x^2 - 4x + 2)/2$$

$$L_3(x) = (-x^3 + 9x^2 - 18x + 6)/6$$

$$L_4(x) = (x^4 - 16x^3 + 72x^2 - 96x + 24)/24$$

$$L_5(x) = (-x^5 + 25x^4 - 200x^3 + 600x^2 - 600x + 120)/120$$

Οι ρίζες του $L_4(x)$ προσεγγιστικά είναι: 0.322548, 1.74576, 4.53662, 9.39507.

Χρησιμοποιήστε αυτές τις πληροφορίες για να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{\infty} e^{-x}(x^6 - 3\sqrt{x} + 2) dx .$$

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ

Θέματα Εργαστηρίου Σεπτέμβριος 2013

1. Μια συνεχής συνάρτηση τριών μεταβλητών, $f(x, y, z)$ παρουσιάζει ακρότατο σε ένα σημείο (x, y, z) που ικανοποιεί τις σχέσεις

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = 0.$$

Το ακρότατο αυτό είναι μέγιστο, ελάχιστο ή σημείο καμπής (σαγματικό σημείο) ανάλογα με τις ιδιοτιμές του πίνακα

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{vmatrix}.$$

Αν οι ιδιοτιμές αυτού του πίνακα είναι όλες αρνητικές στο συγκεκριμένο σημείο (x, y, z) , η f παρουσιάζει μέγιστο. Αν είναι όλες θετικές, η f παρουσιάζει ελάχιστο. Αν είναι και θετικές και αρνητικές, η f παρουσιάζει σάγμα.

Για τη συνάρτηση

$$f(x, y, z) = \frac{7}{2}x^2 + 2y^2 + z^2 + yx - 2zx - 4yz - \frac{9}{2}x + \frac{2}{3}y - 3z + \frac{3}{2},$$

- Βρείτε το ακρότατό της (πού και πόσο είναι). 3/10
- Χαρακτηρίστε το (ως μέγιστο, ελάχιστο ή σαγματικό σημείο). 4/10

2. Υπολογίστε προσεγγιστικά το ολοκλήρωμα 3/10

$$\int_{-1}^1 x^2 e^{-x} \sqrt{1-x^2} dx$$

με τουλάχιστον 5 σημαντικά ψηφία σωστά, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Gauss-Chebyshev.

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!