

# ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ

## ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

### Θέματα Θεωρίας

Ιούνιος 2015

1. Η περίοδος,  $T$ , ενός εκκρεμούς σε βαρυτικό πεδίο με επιτάχυνση  $g$ , 4/10 σχετίζεται με το μήκος του,  $\ell$ , με τη σχέση

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}.$$

Υπολογίστε την επιτάχυνση της βαρύτητας από τις ακόλουθες πειραματικές μετρήσεις

$\ell(\text{cm})$	$T(\text{s})$
18	0.84958
20	0.89696
22	0.94140
24	0.98530

2. Υπολογίστε προσεγγιστικά το ολοκλήρωμα 2/10

$$\int_{-1}^1 \frac{x^2 e^{-x}}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

3. Βρείτε ένα σημείο τομής των συναρτήσεων  $f(x) = 46189x^5 + 3465x$  και 4/10  $g(x) = 109395x^4 - 90090x^3 + 30030x^2 + 63$  με τουλάχιστον 4 σημαντικά ψηφία σωστά.

**Διάρκεια:** 90 λεπτά

**Καλή επιτυχία!**

## ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ II :

### ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

#### Θέματα Εργαστηρίου

Ιούνιος 2015

1. Η εξίσωση που περιγράφει τη θέση  $x(t)$  μιας σημειακής μάζας  $m$  σε 3/10 μονοδιάστατο δυναμικό  $V(x)$  είναι (ως γνωστόν):

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{dV}{dx} .$$

Έστω ότι το δυναμικό είναι το  $V(x) = -\sin(2x)$  και η μάζα είναι  $m = 1$ . Αν η αρχική θέση (δηλαδή για  $t = 0$ ) είναι 0.6 και η αρχική ταχύτητα είναι 0.15, βρείτε τη θέση  $x$  και την ταχύτητα  $\frac{dx}{dt}$  τη χρονική στιγμή  $t = 9$  με ακρίβεια  $10^{-4}$ .

2. Μια συνεχής συνάρτηση τριών μεταβλητών,  $f(x, y, z)$  παρουσιάζει ακρότατο σε ένα σημείο  $(x, y, z)$  που ικανοποιεί τις σχέσεις

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = 0 .$$

Το ακρότατο αυτό είναι μέγιστο, ελάχιστο ή σημείο καμπής (σαγματικό σημείο) ανάλογα με τις ιδιοτιμές του πίνακα

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{vmatrix} .$$

Αν οι ιδιοτιμές αυτού του πίνακα είναι όλες αρνητικές στο συγκεκριμένο σημείο  $(x, y, z)$ , η  $f$  παρουσιάζει μέγιστο. Αν είναι όλες θετικές, η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο. Αν είναι και θετικές και αρνητικές, η  $f$  παρουσιάζει σάγμα.

Για τη συνάρτηση

$$f(x, y, z) = \frac{7}{2}x^2 + 2y^2 + z^2 + yx - 2zx - 4yz - \frac{9}{2}x + \frac{2}{3}y - 3z + \frac{3}{2} ,$$

- Βρείτε το ακρότατό της (πού και πόσο είναι). 3/10
- Χαρακτηρίστε το (ως μέγιστο, ελάχιστο ή σαγματικό σημείο). 4/10

**Διάρκεια:** 90 λεπτά

**Καλή επιτυχία !**