

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Θέματα Εξέτασης Θεωρίας
Απρίλιος 2017

1. Οι κύκλοι $(x-1)^2 + (y+0.5)^2 = 5$ και $(x+0.75)^2 + (y+0.25)^2 = 6$ τέμνονται σε δύο σημεία. Γράψτε τις εξισώσεις που υπολογίζουν διαδοχικές προσεγγίσεις στο ένα απο αυτά, με τη μορφή $x_{k+1} = f(x_k, y_k)$, $y_{k+1} = g(x_k, y_k)$. Εφαρμόστε τις για δύο επαναλήψεις. Να υπολογίσετε σε κάθε επανάληψη την τιμή του κριτηρίου τερματισμού των επαναλήψεων.
2. Το ολοκλήρωμα

$$\int_{-1}^1 f(x) dx$$

μπορεί να υπολογιστεί προσεγγιστικά από τύπο της μορφής

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \sum_{k=1}^N a_k f(x_k), \quad (1)$$

όπου x_1, x_2, \dots, x_N διακριτά σημεία της επιλογής μας στο διάστημα $[-1, 1]$.

Έστω ότι επιλέγουμε να είναι το $N = 4$ και τα σημεία x_k τα $-0.75, -0.25, 0.25, 0.75$. Προσδιορίστε τα a_k ($k = 1, \dots, N$) ώστε ο τύπος (1) να είναι ακριβής για τις συναρτήσεις $f_0(x) = 1$, $f_1(x) = x$, $f_2(x) = x^2$, $f_3(x) = x^3$. Κατόπιν, χρησιμοποιήστε τον για να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_{-1}^1 \left[e^{-x} \cos(\pi x) + x^2 \sin(\pi x) \right] dx .$$

Τι σφάλμα έχετε ως προς την ακριβή τιμή, $\frac{e^{-1} - e^1}{1 + \pi^2}$;

Να επιλύσετε το γραμμικό σύστημα με τη μέθοδο απαλοιφής Gauss.

3. Γνωρίζουμε ότι μια συνεχής συνάρτηση περνάει από τα σημεία

x	y
4.0	-3
5.5	-3.9
7.0	4.5
7.5	7.0

Δώστε μια εκτίμηση για το ελάχιστό της (πόσο και πού είναι).

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Θέματα Εξέτασης Εργαστηρίου
Απρίλιος 2017

1. Βρείτε τις μιγαδικές ιδιοτιμές του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

μέ έξι σημαντικά ψηφία σωστά στο πραγματικό και στο φανταστικό μέρος τους.

2. Βρείτε τον πίνακα X που ικανοποιεί τη σχέση $A \cdot X = B$ με

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Έστω ένα καρτεσιανό πλέγμα 3×3 σημείων (x_i, y_j) με $x_1 = 0.1$, $x_2 = 0.3$, $x_3 = 0.5$, $y_1 = 0.2$, $y_2 = 0.4$, $y_3 = 0.6$. Μια συνάρτηση $f(x, y)$ έχει τις ακόλουθες τιμές $f_{ij} = f(x_i, y_j)$: $f_{11} = 0.2955$, $f_{12} = 0.4794$, $f_{13} = 0.6442$, $f_{21} = 0.4794$, $f_{22} = 0.6442$, $f_{23} = 0.7833$, $f_{31} = 0.6442$, $f_{32} = 0.7833$, $f_{33} = 0.8912$. Δώστε μια εκτίμηση για την τιμή της στο σημείο $\bar{x} = 0.45$, $\bar{y} = 0.35$.

Υπόδειξη: Προσεγγίστε τη συνάρτηση στα ζεύγη τιμών $\{x_i, f_{i1}\}$ με $i = 1, 2, 3$. Βρείτε προσεγγιστικά την τιμή της, \bar{f}_1 , στο σημείο (\bar{x}, y_1) . Επαναλάβετε τη διαδικασία για τα ζεύγη τιμών $\{x_i, f_{i2}\}$ με $i = 1, 2, 3$ και βρείτε την τιμή \bar{f}_2 στο σημείο (\bar{x}, y_2) . Κάνετε το ίδιο για τα ζεύγη $\{x_i, f_{i3}\}$ ώστε να βρείτε την τιμή \bar{f}_3 . Κατόπιν, προσεγγίστε τη συνάρτηση στα ζεύγη τιμών $\{y_i, \bar{f}_i\}$ και βρείτε τη ζητούμενη τιμή.

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!