

## ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ – ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

### Θέματα Εξέτασης Θεωρίας – Ιούνιος 2017

1. Να αναφέρετε συνοπτικά τη διαδικασία που θα ακολουθήσετε για να υπολογίσετε προσεγγιστικά την τιμή του ολοκληρώματος

$$\int_0^{\infty} e^{-t^2} \sin^2(t/2) dt ,$$

με τουλάχιστον 5 σημαντικά ψηφία.

Υπόδειξη: τα πρώτα έξι πολυώνυμα Hermite είναι

$$\begin{aligned} H_0(x) &= 1 \\ H_1(x) &= 2x \\ H_2(x) &= 4x^2 - 2 \\ H_3(x) &= 8x^3 - 12x \\ H_4(x) &= 16x^4 - 48x^2 + 12 \\ H_5(x) &= 32x^5 - 160x^3 + 120x . \end{aligned}$$

2. Να αναφέρετε συνοπτικά τη διαδικασία που θα ακολουθήσετε για να κατασκευάσετε μια συνάρτηση που να είναι λόγος δύο πολυωνύμων  $m$  και  $n$  βαθμού και  $n$  οποία να προσεγγίζει μια συνάρτηση  $f(x)$  στο διάστημα  $[\alpha, \beta]$ .

Ακολουθήστε τη για να προσεγγίσετε την  $f(x) = 1/\sin x$  στο διάστημα  $[1, 2]$  με τη συνάρτηση  $R(x) = (x^2 + ax + b)/(cx + d)$ .

**Διάρκεια:** 60 λεπτά

**Καλή επιτυχία!**

## ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ – ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

### Θέματα Εξέτασης Εργαστηρίου – Ιούνιος 2017

1. Μια άγνωστη συνάρτηση  $y(x)$  ικανοποιεί τη διαφορική εξίσωση  $y' = f(x, y)$  και έχει τιμή  $y_0$  στο σημείο  $x_0$ . Στο σημείο  $x_1$  έχει τιμή  $y_1$  που ικανοποιεί την προσεγγιστική σχέση

$$y_0 \approx y_1 + (x_0 - x_1)f(x_1, y_1).$$

Το σφάλμα της προσέγγισης είναι ανάλογο του  $(x_1 - x_0)^2$ .

Βρείτε προσεγγιστικά την τιμή της συνάρτησης  $y(x)$  στο σημείο 2.0 αν στο  $x = 0$  έχει τιμή 1.0 και ικανοποιεί τη σχέση  $0.02y' + y^3 - y \cos x = 0$ .

Να αναφέρετε τον αλγόριθμο που ακολουθείτε καθώς και να εξηγήσετε τις επιλογές παραμέτρων που κάνετε, με σχόλια στον κώδικά σας.

2. Μπορεί ναδειχθεί ότι οι ρίζες του πολυωνύμου  $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + x^n$  είναι οι ιδιοτιμές του πίνακα («συνοδεύων πίνακας»)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -a_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -a_{n-1} \end{bmatrix}.$$

Ελέγξτε το ως εξής: βρείτε μία ρίζα του πολυωνύμου

$$p(x) = x^6 - \frac{15}{11}x^4 + \frac{5}{11}x^2 - \frac{5}{231},$$

κατασκευάστε το συνοδεύοντα πίνακα και δείξτε ότι η ρίζα αποτελεί ιδιοτιμή του.

3. Βρείτε τις τιμές των  $x_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) που ικανοποιούν τις σχέσεις

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 2, \\ x_1x_4 + x_2x_5 + x_3x_6 &= 0, \\ x_1x_4^2 + x_2x_5^2 + x_3x_6^2 &= \frac{2}{3}, \\ x_1x_4^3 + x_2x_5^3 + x_3x_6^3 &= 0, \\ x_1x_4^4 + x_2x_5^4 + x_3x_6^4 &= \frac{2}{5}, \\ x_1x_4^5 + x_2x_5^5 + x_3x_6^5 &= 0. \end{aligned}$$

Να στείλετε τους κώδικες που θα γράψετε, ως συνημμένους σε email στο [ety213@materials.uoc.gr](mailto:ety213@materials.uoc.gr).

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!