

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ
ΕΞΕΤΑΣΗ ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2018

Θεωρία

1. Να προσδιορίσετε με 3 σημαντικά ψηφία μία ιδιοτιμή του πίνακα

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & 7 & 2 \end{bmatrix} .$$

2. Εξηγήστε πώς μπορείτε να βρείτε τις καρτεσιανές συντεταγμένες (x, y, z) ενός σημείου που απέχει απόσταση 10 από τα σημεία $A(1, 1, 1)$, $B(2, -1, 4)$ και $C(-1, 5, 0)$. Γράψτε τις σχετικές εξισώσεις και εξηγήστε τη μέθοδο. Μην κάνετε αριθμητικούς υπολογισμούς.
3. Δίνεται η συνάρτηση

$$\alpha(\theta) = \sin^{-1}(n \sin \theta) + \sin^{-1}(n \sin(\Phi - \theta)) - \Phi ,$$

με $n = 1.52$ και $\Phi = 15^\circ$, και πεδίο ορισμού το $[\Phi - \sin^{-1}(1/n), \sin^{-1}(1/n)]$.

Απλοποιήστε τη συνάρτηση ως εξής: επιλέξτε τέσσερα ισαπέχοντα σημεία στο πεδίο ορισμού της και υπολογίστε το πολυώνυμο παρεμβολής. Κατόπιν, χρησιμοποιήστε το πολυώνυμο για να υπολογίσετε το σημείο που παρουσιάζει ελάχιστο η $\alpha(\theta)$. Γράψτε τις σχετικές εξισώσεις και εξηγήστε τη μέθοδο. Μην κάνετε αριθμητικούς υπολογισμούς.

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!

Εργαστήριο

2/10

1. Η περίοδος T ενός εκκρεμούς σε βαρυντικό πεδίο με επιτάχυνση g σχετίζεται με το μήκος του ℓ με τη σχέση $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$. Υπολογίστε την επιτάχυνση της βαρύτητας από τις ακόλουθες πειραματικές μετρήσεις

$\ell(\text{cm})$	$T(\text{s})$	$\ell(\text{cm})$	$T(\text{s})$
15	0.77721	20	0.89696
16	0.80166	21	0.91841
17	0.82882	22	0.94140
18	0.84958	23	0.96343
19	0.87525	24	0.98530

2. Μια συνεχής συνάρτηση τριών μεταβλητών, $f(x, y, z)$, παρουσιάζει ακρότατο σε ένα σημείο (x_0, y_0, z_0) που ικανοποιεί τις σχέσεις

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = 0.$$

Οι παράγωγοι υπολογίζονται στο σημείο (x_0, y_0, z_0) .

Ένα ακρότατο της $f(x, y, z)$ είναι μέγιστο, ελάχιστο ή σημείο καμπής (σαγματικό σημείο) ανάλογα με τις ιδιοτιμές του πίνακα («Εσσιανός πίνακας»)

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{vmatrix}.$$

Όλες οι παράγωγοι που εμφανίζονται, υπολογίζονται στο σημείο (x_0, y_0, z_0) . Αν οι ιδιοτιμές αυτού του πίνακα είναι όλες αρνητικές στο συγκεκριμένο σημείο, η f παρουσιάζει μέγιστο. Αν είναι όλες θετικές, η f παρουσιάζει ελάχιστο. Αν είναι και θετικές και αρνητικές, η f παρουσιάζει σάγμα.

Έστω η συνάρτηση

$$f(x, y, z) = (xy + x^2z + y^2z)e^{-x^2 - y^2 - z}.$$

4/10

- Βρείτε ένα ακρότατό της (πού και πόσο είναι).

4/10

- Χαρακτηρίστε το ως μέγιστο, ελάχιστο ή σαγματικό σημείο.

Να στείλετε τους κώδικες που θα γράψετε συνημμένους
σε email στο ety213@materials.uoc.gr.

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!