

## ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ – ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Θέματα Εξέτασης Θεωρίας – Ιούνιος 2018

1. Βρείτε μια πραγματική αρνητική τιμή για το  $x$  ώστε ο πίνακας 6/10

$$\begin{pmatrix} x & 2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & x \\ -1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 2 & x & -1 \end{pmatrix}$$

να μην έχει αντίστροφο.

2. Τα δύο πρώτα πολυώνυμα Hermite είναι τα 4/10

$$\begin{aligned} H_0(x) &= 1, \\ H_1(x) &= 2x, \end{aligned}$$

ενώ τα υπόλοιπα μπορούν να παραχθούν από την αναδρομική σχέση

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x), \quad n > 0.$$

Υπολογίστε το πολυώνυμο  $H_4(x)$ . Βρείτε τις ρίζες του.

Χρησιμοποιήστε αυτές τις πληροφορίες για να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} \cos x \, dx.$$

**Διάρκεια:** 60 λεπτά

**Καλή επιτυχία!**

**ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ – ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**  
**Θέματα Εξέτασης Εργαστηρίου – Ιούνιος 2018**

1. Η περίοδος της κίνησης που εκτελεί ένα πραγματικό εκκρεμές όταν ξεκινά με μηδενική ταχύτητα από γωνία  $\theta_0$  ως προς την κάθετο είναι

$$T = \frac{2}{\pi} T_0 \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \sin^2 x}} dx ,$$

όπου  $T_0$  η περίοδος όταν η κίνηση περιορίζεται σε μικρές γωνίες ( $\theta_0 \ll 1$ ).

Βρείτε το  $\theta_0$  ώστε η περίοδος να είναι  $1.1T_0$ .

2. Η γωνία  $\theta(t)$  που σχηματίζει με την κάθετο ένα εκκρεμές μήκους  $\ell$  υπακούει στη διαφορική εξίσωση

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{\ell} \sin \theta ,$$

όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Έστω ότι  $\ell = 1$  m,  $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup> και για  $t = 0$  η γωνία είναι  $\theta_0 = 55^\circ$  και η ταχύτητα  $\dot{\theta}_0 = 0$ . Λύστε τη διαφορική εξίσωση και βρείτε την περίοδο.

Δίνεται ότι όταν η κίνηση περιορίζεται σε μικρές γωνίες, η περίοδος είναι  $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ .

*Υπόδειξη:* Βρείτε τη χρονική στιγμή  $t'$  που μηδενίζεται πρώτη φορά η γωνία  $\theta$ . Η περίοδος είναι  $T = 4t'$ .

3. Βρείτε τις τιμές των  $x_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) που ικανοποιούν τις σχέσεις

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 2 , \\ x_1x_3 + x_2x_4 &= 0 , \\ x_1x_3^2 + x_2x_4^2 &= \frac{2}{3} , \\ x_1x_3^3 + x_2x_4^3 &= 0 . \end{aligned}$$

**Να στείλετε τους κώδικες που θα γράψετε συνημμένους  
σε email στο [ety213@materials.uoc.gr](mailto:ety213@materials.uoc.gr).**

**Διάρκεια:** 90 λεπτά

**Καλή επιτυχία!**