Προχωρημενος Προγραμματισμος I : Εισαγωγη στη C++

Θέματα Εξετάσεων Ιανουαρίου 2006

1. - Γράψτε μια συνάρτηση C++ η οποία να κρίνει αν ένας ακέραιος είναι πρώτος (αν διαιρείται μόνο με το 1 και τον εαυτό του).
   - Δημιουργήστε ένα αρχείο με όνομα “randint.dat”, το οποίο να περιέχει 1000 ακεραίους, τυχαία επιλεγμένους στο διάστημα $[1, 10000]$, σε ξεχωριστή γραμμή ο καθένας.
   - Γράψτε κώδικα που να διαβάζει τους αριθμούς από το αρχείο “randint.dat” και να σώζει όσους είναι πρώτοι στο αρχείο “prime.dat” και τους υπόλοιπους στο “nonprime.dat”, αφού τους ταξινομήσει με αύξουσα σειρά.

2. Το αρχείο στο `ftp://ftp.iesl.forth.gr/incoming/lotto` περιέχει τα νούμερα των προηγούμενων κληρώσεων του ΛΟΤΤΟ. Γράψτε κώδικα C++ που να καταγράφει το πλήθος των εμφανίσεων κάθε αριθμού και να σώζει τα στοιχεία στο αρχείο “lotto.out”. Βρείτε και τυπώστε στην οθόνη τα 6 νούμερα που εμφανίζονται πιο συχνά και τα 6 που εμφανίστηκαν λιγότερες φορές.

3. Η κβαντομηχανική αντιμετώπιση του ατόμου του Υδρογόνου καταλήγει στις ιδιοσυναρτήσεις (σε σφαιρικές συντεταγμένες)
$$\psi_{n\ell m}(r,\theta,\phi) = R_{n\ell}(r) Y_{\ell m}(\theta,\phi) \ .$$
Το γωνιακό τμήμα τους είναι οι *σφαιρικές αρμονικές*,
$$Y_{\ell m}(\theta,\phi) = \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}}\, P_\ell^m(\cos\theta) \mathrm{e}^{\mathrm{i}m\phi} \ .$$
Τα *συναφή πολυώνυμα Legendre*, $P_\ell^m(x)$, ικανοποιούν τις σχέσεις
   - αν $\ell = m$
$$P_\ell^m(x) = (-1)^m\, 1\times 3\times 5\times\cdots\times(2m-1)\,(1-x^2)^{m/2} \ ,$$
   - αν $\ell = m+1$
$$P_\ell^m(x) = x(2m+1)P_m^m(x) \ ,$$
   - ενώ σε άλλη περίπτωση δίνονται από την αναδρομική σχέση
$$(\ell-m)P_\ell^m(x) = x(2\ell-1)P_{\ell-1}^m(x) - (l+m-1)P_{\ell-2}^m(x) \ .$$

   Οι γωνίες θ και ϕ μεταβάλλονται στα διαστήματα $[0,\pi]$ και $[0,2\pi)$ αντίστοιχα.

   Δημιουργήστε ένα καρτεσιανό πλέγμα 50×100 στο επίπεδο $\theta-\phi$ και υπολογίστε σε καθένα από αυτά τις τιμές των $Y_{\ell m}(\theta,\phi)$. Τυπώστε σε ένα αρχείο τις τιμές $\sin\theta\cos\phi$, $\sin\theta\sin\phi$, $\cos\theta$, $Y_{\ell m}(\theta,\phi)Y_{\ell m}^*(\theta,\phi)$ (δηλαδή, ουσιαστικά, τα $x, y, z, \psi\psi^*$) για κάθε σημείο, με $\ell = 2$, $m = 1$ (δηλαδή, ένα από τα d-τροχιακά).