

ΠΡΟΧΩΡΗΜΕΝΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ Ι :

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ C++

Θέματα Εξετάσεων Σεπτεμβρίου 2013

1. Το αρχείο numbers.dat περιέχει *θετικούς* πραγματικούς αριθμούς που δεν επαναλαμβάνονται, έναν σε κάθε σειρά. 3/10

Αποθηκεύστε το αρχείο στην περιοχή σας. Μπορείτε να το κάνετε δίνοντας σε τερματικό την εντολή

```
wget http://www.materials.uoc.gr/el/undergrad/courses/ETY215/exams/numbers.dat
```

Χρησιμοποιήστε κατάλληλα στοιχεία της STL για να τυπώσετε στην οθόνη τους τρεις μικρότερους αριθμούς του αρχείου.

2. Η κυβική ρίζα ενός πραγματικού αριθμού a μπορεί να υπολογιστεί προσεγγιστικά ως εξής: Επιλέγουμε μία οποιαδήποτε μη μηδενική τιμή, x_0 . Έστω $x_0 = 1$. Εφαρμόζουμε τον τύπο 3/10

$$x_{i+1} = x_i \frac{x_i^3 + 2a}{2x_i^3 + a}$$

για να παράγουμε διαδοχικά τις τιμές x_1, x_2, \dots . Δηλαδή,

$$\begin{aligned}x_1 &= x_0 \frac{x_0^3 + 2a}{2x_0^3 + a}, \\x_2 &= x_1 \frac{x_1^3 + 2a}{2x_1^3 + a}, \quad \text{κλπ.}\end{aligned}$$

Κάθε τιμή από τις x_1, x_2, \dots προσεγγίζει όλο και καλύτερα το $\sqrt[3]{a}$. Μπορούμε να σταματήσουμε σε κάποια τιμή x_k που ικανοποιεί τη σχέση $|x_k^3 - a| \leq \varepsilon$, όπου ε μία αρκετά μικρή τιμή, π.χ. 10^{-12} .

Γράψτε συνάρτηση που να δέχεται ως όρισμα ένα πραγματικό αριθμό και να επιστρέφει την προσεγγιστική τιμή για την κυβική ρίζα του. Χρησιμοποιήστε το για να υπολογίσετε τις κυβικές ρίζες των αριθμών 20.0, 20.1, 20.2, ..., 30.0. Να τυπώσετε σε αρχείο με όνομα "cbrt" δύο στήλες αριθμών: η πρώτη θα αποτελείται από τους αριθμούς 20.0, 20.1, 20.2, ..., 30.0 και η δεύτερη από τις κυβικές ρίζες τους.

3. Η στροφή ενός τριδιάστατου διανύσματος $\vec{r} = (x, y, z)$ κατά γωνία θ γύρω από τον άξονα \hat{x} , μπορεί να αναπαρασταθεί με τον πολλαπλασιασμό του διανύσματος \vec{r} με τον πίνακα 4/10

$$R_x(\theta) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix},$$

δηλαδή, το στραμμένο διάνυσμα έχει συνιστώσες

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Οι πίνακες στροφής γύρω από τους άξονες \hat{y} , \hat{z} είναι αντίστοιχα οι

$$R_y(\theta) = \begin{vmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{vmatrix} \text{ και } R_z(\theta) = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

- (α) Να γράψετε τρεις συναρτήσεις· η κάθε μια από αυτές θα εκτελεί τη στροφή γύρω από έναν άξονα. Κάθε συνάρτηση θα δέχεται ως ορίσματα 1) τη γωνία στροφής θ και 2) ένα διάνυσμα, οι συνιστώσες του οποίου θα τροποποιούνται.
- (β) Να γράψετε συναρτήσεις που θα υπολογίζουν το μέτρο ενός διανύσματος και τη γωνία μεταξύ δύο διανυσμάτων.
- (γ) Να γράψετε πρόγραμμα που θα χρησιμοποιεί τα παραπάνω για να κάνετε τα εξής:
- Δημιουργήστε ένα διάνυσμα με συνιστώσες $x = 0.5$, $y = -0.3$, $z = 1.2$. Να το στρέψετε διαδοχικά κατά γωνία 30° γύρω από τον άξονα \hat{y} , κατόπιν κατά γωνία 35° γύρω από τον άξονα \hat{x} , και τέλος κατά γωνία 58° γύρω από τον άξονα \hat{z} . Τυπώστε στην οθόνη τις τελικές συνιστώσες.
 - Υπολογίστε και τυπώστε στην οθόνη τα μέτρα του αρχικού και του τελικού (μετά τις στροφές) διανύσματος καθώς και τη μεταξύ τους γωνία.